

XVI Śląski Konkurs Matematyczny

18 stycznia 2019 r.

zawody rejonowe

czas: 10:00 – 12:00

1. [6 pkt.] Znajdź wszystkie liczby pierwsze p , dla których liczba $p^{p+1} + 2$ też jest liczbą pierwszą.

2. [6 pkt.] (*Na stulecie Polskiego Towarzystwa Matematycznego*)

Siedmiu sympatyków matematyki, każdy w innym wieku, rozmawiało o matematyce przy ławeczce Stefana Banacha i Ottona Nikodyma na Plantach w Krakowie. Razem mieli 100 lat. Wykaż, że było wśród nich takich trzech, którzy mieli w sumie co najmniej 50 lat.

3. [6 pkt.] Punkt M jest punktem przecięcia środkowych trójkąta ABC . Wiedząc, że $AM = 60$, $BM = 80$ i $CM = 100$, oblicz pole trójkąta ABC .

4. [6 pkt.] Wykaż, że równanie $x^2 - 2019y^2 = 2018$ nie ma rozwiązań w zbiorze liczb całkowitych.

5. [6 pkt.] Udowodnij, że dla dowolnych dodatnich liczb rzeczywistych a , b , c zachodzi nierówność

$$\left(a + \frac{1}{b}\right) \left(b + \frac{1}{c}\right) \left(c + \frac{1}{a}\right) \geq 8.$$

Powodzenia!

skm.katowice.pl

