XIX Śląski Konkurs Matematyczny

27 stycznia 2022 r. | **zawody rejonowe** | czas: 10:00 – 12:00

1. [6 pkt.] Wykaż, że liczba

$$1! + 2! + 3! + 4! + \ldots + 2019! + 2020! + 2021! + 2022!$$

nie jest kwadratem liczby naturalnej.
Uwaga: jeśli $n \geqslant 1$ jest liczbą naturalną, to $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot (n-2) \cdot (n-1) \cdot n$

2. [6 pkt.] Wyznacz i w układzie współrzędnych narysuj zbiór punktów, których współrzędne spełniają równanie:

$$\max\left\{\frac{1}{x}, \frac{1}{y}\right\} - \max\{x, y\} = \min\{x, y\} - \min\left\{\frac{1}{x}, \frac{1}{y}\right\}.$$

3. [6 pkt.] Wykaż, że dla dowolnych dodatnich liczb a i b prawdziwa jest nierówność

$$\sqrt{a^2+1} + 2\sqrt{b^2+1} \geqslant \sqrt{(a+2b)^2+9}.$$

4. [6 pkt.] W okrąg o promieniu R wpisano trójkąt o bokach długości: a, b, c. Wyznacz miary kątów tego trójkąta, jeżeli spełniony jest warunek $R = \frac{abc}{b^2+c^2}$.

5. [6 pkt.] Czy wierzchołki ośmiokąta foremnego można tak ponumerować liczbami: 1, 2, 3, …, 8, aby dla dowolnych trzech jego kolejnych wierzchołków suma ich numerów była równa co najmniej 14. Odpowiedź uzasadnij.

Powodzenia!