

## XVII Śląski Konkurs Matematyczny

4 lutego 2020 r.

zawody rejonowe

czas: 10:00 – 12:00

1. [6 pkt.] Rozwiąż w liczbach wymiernych równanie

$$x^2 - 6y^2 = 2xy.$$

2. [6 pkt.] Wykaż, że jeśli  $a$ ,  $b$ ,  $c$  są liczbami rzeczywistymi nieujemnymi takimi, że  $\sqrt{ab} \geq 2018$ ,  $\sqrt{bc} \geq 2019$ ,  $\sqrt{ca} \geq 2020$ , to

$$a + b + c \geq 6057.$$

3. [6 pkt.] Wyznacz wszystkie trójki  $(p, q, r)$  kolejnych liczb pierwszych, dla których  $p^2 + q^2 + r^2$  jest liczbą pierwszą.

4. [6 pkt.] W trapezie  $ABCD$ , o podstawach  $AB$  i  $CD$ , wybrano na boku  $AD$  dowolnie punkt  $E$ . Niech pola trójkątów  $ABE$ ,  $CDE$  i  $BCE$  będą równe odpowiednio  $S_1$ ,  $S_2$  i  $T$ . Wykaż, że

$$T \geq 2\sqrt{S_1 \cdot S_2}.$$

5. [6 pkt.] Wykaż, że jeśli różne od zera liczby rzeczywiste  $x$ ,  $y$  spełniają równości  $x + y = xy = -2016$ , to

$$\frac{x \cdot (4 - y^2) + y \cdot (4 - x^2)}{xy} = 2020.$$

*Powodzenia!*

skm.katowice.pl



XVII edycja Śląskiego Konkursu Matematycznego  
została dofinansowana przez Fundację mBanku