

# XIII Śląski Konkurs Matematyczny

## zawody rejonowe

27 stycznia 2016 r.

czas:  $10^{00} - 12^{00}$

**1.** (6 pkt.) Joasia poszła do sklepu na zakupy. Kupiła trzy przedmioty i zapłaciła za nie 222 zł 22 gr. Patrząc na ceny zakupionych przedmiotów, Joasia zauważyła coś jeszcze — w cenie każdego zakupionego przedmiotu liczba złotych jest kwadratem liczby groszy. Oblicz, ile kosztował każdy z zakupionych przez Joasię przedmiotów, jeśli za jeden z nich zapłaciła 1 zł 1 gr.

**2.** (6 pkt.) Funkcja  $f$ , określona dla wszystkich liczb rzeczywistych, spełnia warunki:

$$1^\circ f(0) = 2016,$$

$$2^\circ f(x+2) = \frac{f(x)}{5f(x)-1} \quad \text{dla każdej liczby rzeczywistej } x.$$

Wyznacz  $f(2016)$ .

**3.** (6 pkt.) Rozstrzygnij, czy wierzchołki ośmiokąta foremnego można tak ponumerować liczbami 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, aby dla dowolnych trzech jego kolejnych wierzchołków suma ich numerów była większa od 13.

**4.** (6 pkt.) Dany jest trójkąt  $ABC$ , w którym  $AB = 1$ . Wiadomo, że dwusieczna kąta przy wierzchołku  $A$  jest prostopadła do środkowej poprowadzonej z wierzchołka  $B$  oraz dwusieczna kąta przy wierzchołku  $B$  jest prostopadła do środkowej poprowadzonej z wierzchołka  $A$ . Oblicz obwód trójkąta  $ABC$ .

**5.** (6 pkt.) W trójkącie  $ABC$  o polu  $S$  długości  $a$  i  $b$  boków odpowiednio  $BC$  i  $AC$  są liczbami całkowitymi. Wykaż, że jeśli

$$\frac{1}{8}(a+b+1)(a+b-1) < S,$$

to trójkąt  $ABC$  jest równoramienny.

*Powodzenia !*

Uwaga!

Od XII edycji w Śląskim Konkursie Matematycznym została wprowadzona następująca skala ocen rozwiązań:

6 pkt. — zadanie rozwiązane bezbłędnie;

5 pkt. — rozwiązanie posiadające drobne usterki, które jednak nie dyskwalifikują zadania jako rozwiązane;

2 pkt. — połowa zadania, tzn. rozwiązanie zawierające usterki, przy których, według oceniającego, zadania nie można uznać za rozwiązane, jednak co najmniej połowa zadania została zrobiona;

0 pkt. — zadanie nierozwiązane lub zawierające drobne przyczynki, których jednak nie można uznać nawet za pół zadania.