



20 stycznia 2026 r.

Zawody rejonowe

czas: 10:00–12:00

- 1.** [6 pkt.] Dane są takie różne od zera liczby rzeczywiste a, b, c, d , że $b + d \neq 0$ oraz spełniona jest równość

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a + c}{b + d}.$$

Wykaż, że $ac < 0$.

- 2.** [6 pkt.] Wysokości h_a, h_b, h_c pewnego trójkąta spełniają równość

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} = \sqrt{\frac{1}{h_c^2} + \frac{2}{h_a \cdot h_b}}.$$

Wykaż, że jest to trójkąt prostokątny.

- 3.** [6 pkt.] Michał dzielił pewną liczbę naturalną kolejno przez 5, 10 i 15. Za każdym razem otrzymał z dzielenia niezerową resztę, a suma otrzymanych reszt wynosiła 27. Jaką resztę mógł otrzymać Michał, gdyby dzielił liczbę n przez 30?

- 4.** [6 pkt.] Punkt E jest punktem boku BC prostokąta $ABCD$, przy czym $CE = 2 \cdot BE$. Odcinki BD i AE przecinają się w punkcie P . Wyznacz pole czworokąta $CDPE$, jeśli pole trójkąta ABP jest równe 15.

- 5.** [6 pkt.] Na stole leży 55 żetonów. Jaś i Małgosia grają w następującą grę: pierwsza osoba bierze ze stołu jeden, dwa, trzy albo cztery żetony, następnie druga bierze jeden, dwa, trzy albo cztery żetony i tak dalej na przemian. Wygrywa ten, kto wziął ze stołu ostatni żeton. Wyjaśnij, kto z nich może zapewnić sobie wygraną w tej grze, gdy grę rozpoczyna Jaś.

Powodzenia!