



11 marca 2026 r.

Zawody finałowe

czas: 150 minut

1. [6 pkt.] Niech $\overline{xyz\dots}$ oznacza liczbę naturalną, której kolejnymi cyframi zapisu dziesiętnego są: $x, y, z, \dots$

Wyznacz najmniejszą czterocyfrową liczbę naturalną $\overline{abcd}$, dla której spełniona jest równość

$$\overline{abcd} = \overline{abc} \cdot d + a \cdot \overline{bcd}.$$

2. [6 pkt.] Wyznacz wszystkie trójki (p, q, n) , gdzie p, q są liczbami pierwszymi, a n jest liczbą naturalną, które spełniają równanie

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{11}{pq} = \frac{1}{n}.$$

3. [6 pkt.] Rozwiąż równanie

$$\frac{1}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x-2}} = \frac{1}{4}.$$

4. [6 pkt.] Punkt M_1 leży na boku BC kwadratu $ABCD$. Punkt M_2 jest punktem przecięcia się prostych DM_1 i AB , punkt M_3 jest punktem przecięcia się prostych CM_2 i AD , a punkt M_4 jest punktem przecięcia się prostej BM_3 i odcinka CD . Wykaż, że

$$BM_1 + DM_4 = CM_1 + CM_4.$$

5. [6 pkt.] Na płaszczyźnie wybrano 6 punktów, z których żadne trzy nie leżą na jednej prostej. Następnie narysowano wszystkie możliwe odcinki łączące te punkty. Niektóre z tych odcinków narysowano kredką niebieską, a inne kredką czerwoną. Wykaż, że narysowano co najmniej jeden trójkąt o bokach tego samego koloru.

Powodzenia!