

# XIV Śląski Konkurs Matematyczny

## zawody rejonowe

3 lutego 2017 r.

czas: 10<sup>00</sup> – 12<sup>00</sup>

1. [6 pkt.] Wyznacz wszystkie liczby pierwsze  $p$ , dla których liczba

$$2^p + p^2$$

też jest liczbą pierwszą.

2. [6 pkt.] Dany jest taki trapez  $ABCD$ , że proste  $AD$  i  $BC$  są prostopadłe. Wykaż, że

$$AC^2 + BD^2 = AB^2 + CD^2.$$

3. [6 pkt.] Rozstrzygnij, czy istnieje taki trójkąt o bokach długości  $a$ ,  $b$  i  $c$ , że

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 2.$$

4. [6 pkt.] Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych  $a$ ,  $b$ ,  $c$  należących do przedziału  $(0; 77)$  prawdziwa jest nierówność

$$\frac{abc}{a+b+c} < 2017.$$

5. [6 pkt.] Każdą z liczb  $1, 2, 3, \dots, 32, 33$  zapisano na oddzielnej kartce. Rozstrzygnij, czy jest możliwe takie rozłożenie tych kartek do jedenastu pudełek, po trzy kartki w pudełku, aby w każdym pudełku suma liczb na dwóch kartkach była równa liczbie na trzeciej kartce.

*Powodzenia !*