

XII Śląski Konkurs Matematyczny zawody rejonowe

27 stycznia 2015 r.

czas: $10^{00} - 12^{00}$

Zadanie 1. (6 pkt.)

Dany jest kwadrat $ABCD$. Punkty M i N są środkami boków odpowiednio AB i BC . Odcinek AN przecina przekątną BD w punkcie P . Wykaż, że $\sphericalangle AMD = \sphericalangle BMP$.

Zadanie 2. (6 pkt.)

Rozwiąż równanie w zbiorze liczb całkowitych $\frac{x^2}{3} + \frac{5}{y} = 8$.

Zadanie 3. (6 pkt.)

Wyznacz najmniejszą wartość funkcji $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{1-x^4}} + \frac{1}{\sqrt[4]{1+x^4}}$.

Zadanie 4. (6 pkt.)

Trójmian kwadratowy $P(x) = ax^2 + bx + 2015$, gdzie a, b są liczbami całkowitymi różnymi od zera, ma dwa pierwiastki całkowite. Wykaż, że $P(2015)$ jest liczbą parzystą.

Zadanie 5. (6 pkt.)

Trapez równoramienny $ABCD$ ($AB \parallel CD$), w którym $AB = 3CD$ jest opisany na okręgu. Punkty M i N są punktami styczności tego okręgu odpowiednio z bokami AB i AD . Odcinek MN przecina przekątną AC tego trapezu w punkcie P . Wykaż, że $\frac{PM}{PN} = 2$.

Powodzenia !