

## VII Śląski Konkurs Matematyczny

### zawody rejonowe

4 lutego 2010 r.

czas:  $10^{00} - 12^{00}$

#### Zadanie 1.

Znajdź funkcję liniową  $f$ , która dla każdego  $x \in \mathbf{R}$  spełnia warunek:

$$f(2x + 3) = 3x + 1.$$

#### Zadanie 2.

Udowodnij, że

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2007} + \frac{1}{2008} - \frac{1}{2009} + \frac{1}{2010} < \frac{3}{8}.$$

#### Zadanie 3.

Prosta przechodząca przez punkt  $A$  przecina przekątną  $BD$  równoległoboku  $ABCD$  w punkcie  $E$ , bok  $BC$  w punkcie  $F$  i prostą  $CD$  w punkcie  $G$ . Wykaż, że

$$EA^2 = EF \cdot EG.$$

#### Zadanie 4.

Wyznacz wszystkie całkowite wartości parametru  $p$  tak, aby pierwiastkiem równania  $x^3 + px^2 = 18$  była liczba pierwsza.

#### Zadanie 5.

W kwadracie o boku 30 cm wybrano dowolnie 2010 punktów. Wykazać, że pewne trzy z wybranych punktów leżą w kole o promieniu  $\frac{3}{4}$ .

#### Zadanie 6.

Oblicz największy wspólny dzielnik liczb  $12345678^9$  oraz  $10^{2010}$ .

*Powodzenia !*