

# VI Śląski Konkurs Matematyczny

## zawody rejonowe

18 lutego 2009 r.

czas: 10<sup>00</sup> – 12<sup>00</sup>

### Zadanie 1.

Wyznaczyć wszystkie pary  $(x, y)$  liczb całkowitych, które spełniają równanie

$$9x^2 = 10y^2 + 19.$$

### Zadanie 2.

Funkcja  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  spełnia warunki:

1°  $f(x+y) = f(x) + f(y)$  dla dowolnych  $x, y \in \mathbf{R}$ ,

2°  $f(1) = 1$ .

Wyznaczyć  $f\left(\frac{9}{32}\right)$ .

### Zadanie 3.

Wyznaczyć resztę z dzielenia liczby  $2009^{2009}$  przez 37.

### Zadanie 4.

Dany jest trapez, którego podstawy mają długości 7 cm oraz 11 cm. Wyznaczyć długość  $x$  odcinka równoległego do podstaw tego trapezu, mającego końce na pozostałych bokach trapezu i dzielącego ten trapez na dwa trapezy o równych polach.

### Zadanie 5.

Wykazać, że dla dowolnych różnych liczb naturalnych nieparzystych  $a, b, c, d$  prawdziwa jest nierówność

$$abc + abd + acd + bcd + 139 \leq 3abcd.$$

*P O W O D Z E N I A !*