

VI Śląski Konkurs Matematyczny

zawody rejonowe

18 lutego 2009 r.

czas: 10⁰⁰ – 12⁰⁰

Zadanie 1.

Wyznaczyć wszystkie pary (x, y) liczb całkowitych, które spełniają równanie

$$9x^2 = 10y^2 + 19.$$

Zadanie 2.

Funkcja $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ spełnia warunki:

1° $f(x+y) = f(x) + f(y)$ dla dowolnych $x, y \in \mathbf{R}$,

2° $f(1) = 1$.

Wyznaczyć $f\left(\frac{9}{32}\right)$.

Zadanie 3.

Wyznaczyć resztę z dzielenia liczby 2009^{2009} przez 37.

Zadanie 4.

Dany jest trapez, którego podstawy mają długości 7 cm oraz 11 cm. Wyznaczyć długość x odcinka równoległego do podstaw tego trapezu, mającego końce na pozostałych bokach trapezu i dzielącego ten trapez na dwa trapezy o równych polach.

Zadanie 5.

Wykazać, że dla dowolnych różnych liczb naturalnych nieparzystych a, b, c, d prawdziwa jest nierówność

$$abc + abd + acd + bcd + 139 \leq 3abcd.$$

P O W O D Z E N I A !