

III Śląski Konkurs Matematyczny
zawody rejonowe — luty 2006

1. Niech a, b, c będą długościami boków trójkąta. Wykaż, że

$$\sqrt{-a+b+c} + \sqrt{a-b+c} + \sqrt{a+b-c} \leq \sqrt{3(a+b+c)}.$$

2. Rozwiąż równanie

$$\sqrt{x-2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} = \frac{1}{x-1}.$$

3. W trapez równoramienny o podstawach długości a i b można wpisać koło. Oblicz pole tego koła.

4. Dany jest ciąg liczbowy (a_n) określony wzorem $a_n = 1^{4n} + 2^{4n} + 3^{4n}$, gdzie $n \in \mathbf{N}$. Wyznacz zbiór reszt z dzielenia wyrazów ciągu (a_n) przez 5.