

XI Śląski Konkurs Matematyczny

zawody rejonowe

5 lutego 2014 r.

czas: $10^{00} - 12^{00}$

Zadanie 1. (5 pkt.)

Wyznacz wszystkie pary (x, y) liczb całkowitych spełniające równanie

$$xy = 2x + 3y + 5.$$

Zadanie 2. (5 pkt.)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a, b, c spełniona jest nierówność

$$(a + b - c)^2 + (b + c - a)^2 + (c + a - b)^2 \geq ab + bc + ca.$$

Zadanie 3. (5 pkt.)

Znajdź wszystkie rozwiązania układu równań

$$\begin{cases} x^2 + 8 = 2(2x + y) \\ y^2 + 9 = 2(2y + z) \\ z^2 + 10 = 2(2z + x). \end{cases}$$

Zadanie 4. (5 pkt.)

W trójkącie prostokątnym ABC , w którym $\sphericalangle ACB = 90^\circ$, poprowadzono wysokość CD . Wykaż, że

$$AC + BC < AB + CD.$$

Zadanie 5. (5 pkt.)

Wykaż, że w każdej permutacji dwóch tysięcy czternastu liczb

$$1, 2, 3, \dots, 2013, 2014$$

istnieje 5 kolejnych wyrazów, których suma jest nie mniejsza niż 5035.

Powodzenia !