

II Śląski Konkurs Matematyczny zawody rejonowe — luty 2005

1. Z wierzchoła C kąta prostego w trójkącie prostokątnym ABC poprowadzono wysokość CD . Udowodnij, że długość wysokości CD jest równa sumie długości promieni okręgów wpisanych w trójkąty: ABC , ACD , BCD .

2. Wyznacz sumę całkowitych rozwiązań równania

$$\sqrt{x-3-2\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-4\sqrt{x-4}} = 1.$$

3. Rozstrzygnij, czy istnieje taka całkowita dodatnia liczba n , że n^3 jest iloczynem trzech kolejnych dodatnich liczb całkowitych.
Odpowiedź uzasadnij.

4. W czworokącie wypukłym $ABCD$ dwusieczne kątów A i B przecinają się w punkcie K ; dwusieczne kątów B i C przecinają się w punkcie L ; dwusieczne kątów C i D przecinają się w punkcie M , a dwusieczne kątów D i A przecinają się w punkcie N . Wykaż, że jeśli punkty K , L , M , N są wierzchołkami czworokąta, to można na nim opisać okrąg. Zadanie zilustruj rysunkiem.