

# X Śląski Konkurs Matematyczny

## zawody rejonowe

5 lutego 2013 r.

czas:  $10^{00} - 12^{00}$

### Zadanie 1. (5 pkt.)

Danych jest 2013 liczb rzeczywistych  $l_1, l_2, l_3, \dots, l_{2012}, l_{2013}$ , które spełniają warunek

$$l_1 < l_2 < l_3 < \dots < l_{2012} < l_{2013}.$$

Wykaż, że

$$\frac{l_1 + l_2 + l_3 + \dots + l_{2012} + l_{2013}}{2013} > \frac{l_1 + l_2 + l_3 + \dots + l_{2012}}{2012}.$$

### Zadanie 2. (5 pkt.)

Wyznacz wszystkie liczby naturalne  $n$ , dla których liczba  $n^4 + 33$  jest kwadratem liczby naturalnej.

### Zadanie 3. (5 pkt.)

Rozwiąż układ równań:

$$\begin{cases} xy + yz + z = 5 \\ 2yz + x = 5 \\ x + y + z = 4. \end{cases}$$

### Zadanie 4. (5 pkt.)

Na boku  $AB$  trójkąta  $ABC$  obrano taki punkt  $K$ , że  $KB = 3 \cdot AK$ , a na boku  $BC$  tego trójkąta taki punkt  $L$ , że  $CL = 3 \cdot BL$ . Niech  $Q$  będzie punktem przecięcia prostych  $AL$  i  $CK$ . Znajdź stosunek pola trójkąta  $BQC$  do pola trójkąta  $ABC$ .

### Zadanie 5. (5 pkt.)

Dany jest trójkąt o bokach długości  $a, b, c$ . Rozstrzygnij, czy z odcinków długości  $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$  można zbudować trójkąt. Odpowiedź uzasadnij.

*Powodzenia !*