

VIII Śląski Konkurs Matematyczny

30 marca 2011 r.

zawody finałowe

czas: $10^{00} - 12^{00}$

Zadanie 1. (5 pkt.)

Funkcja liniowa f określona dla wszystkich liczb rzeczywistych spełnia warunek

$$f(2010) + f(1) = 2.$$

Oblicz wartość wyrażenia

$$f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(2010) + f(2011).$$

Zadanie 2. (5 pkt.)

Dodatnie oraz różne liczby rzeczywiste a i b spełniają równość

$$\frac{5a}{a+b} + \frac{5b}{a-b} = 7.$$

Wykaż, że co najmniej jedna z nich jest niewymierna.

Zadanie 3. (5 pkt.)

Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} x(y+z) = 6 - x^2 \\ y(z+x) = 12 - y^2 \\ z(x+y) = 18 - z^2. \end{cases}$$

Zadanie 4. (5 pkt.)

Na przeciwprostokątnej AB trójkąta prostokątnego ABC , na zewnątrz tego trójkąta, zbudowano kwadrat $ABDE$, którego przekątne przecinają się w punkcie S . Wykaż, że

$$\sphericalangle ACS = \sphericalangle BCS.$$

Zadanie 5. (5 pkt.)

Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$. Punkt S jest środkiem boku CD . Wykaż, że jeżeli kąt ASB jest prosty, to zachodzi nierówność

$$AD + BC \geq AB.$$

Powodzenia!