

Śląski Konkurs Matematyczny

zawody finałowe

15 kwietnia 2008 r.

czas: $10^{00} - 12^{00}$

Zadanie 1.

Udowodnić, że dla każdej liczby rzeczywistej x zachodzi nierówność

$$\frac{x^2 + 5x + 10}{\sqrt{x^2 + 5x + 7}} \geq 2.$$

Zadanie 2.

W sześciokącie wypukłym wszystkie kąty mają jednakową miarę. Wykazać, że sumy długości boków wychodzących z przeciwległych wierzchołków tego sześciokąta są równe.

Zadanie 3.

Wyznaczyć wszystkie liczby rzeczywiste x , dla których każda z liczb $x + \sqrt{2008}$ oraz $x^2 + \sqrt{2008}$ jest liczbą wymierną.

Zadanie 4.

Zbiór \mathbf{Z} składa się z 2008 różnych liczb naturalnych. Uzasadnić, że z tego zbioru można wybrać trzy różne liczby a , b i c takie, że $ab^2 - ac^2$ dzieli się przez 2008.

Zadanie 5.

Czworokąt $ABCD$ jest opisany na okręgu o środku O . Wiadomo, że $OA = OC = 1$ oraz $OB = OD = 2$. Obliczyć obwód czworokąta $ABCD$.