

I Śląski Konkurs Matematyczny
zawody finałowe — marzec 2004

1. Wykaż, że nie istnieje taka liczba naturalna k , dla której liczba $3^k + 5^k$ jest kwadratem liczby całkowitej.

2. Dany jest trójkąt ABC o polu S . Wykaż, że dla każdego punktu K leżącego wewnątrz trójkąta ABC prawdziwa jest nierówność

$$KA \cdot BC + KB \cdot AC + KC \cdot AB \geq 4S.$$

3. Wyznacz wszystkie funkcje $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ spełniające dla dowolnych liczb rzeczywistych x i y równanie

$$f(x - f(y)) = 1 - x - y.$$

4. Liczbę 1 rozłóż na sumę odwrotności siedmiu różnych liczb naturalnych.