

**I Śląski Konkurs Matematyczny**  
**zawody finałowe — marzec 2004**

**1.** Wykaż, że nie istnieje taka liczba naturalna  $k$ , dla której liczba  $3^k + 5^k$  jest kwadratem liczby całkowitej.

**2.** Dany jest trójkąt  $ABC$  o polu  $S$ . Wykaż, że dla każdego punktu  $K$  leżącego wewnątrz trójkąta  $ABC$  prawdziwa jest nierówność

$$KA \cdot BC + KB \cdot AC + KC \cdot AB \geq 4S.$$

**3.** Wyznacz wszystkie funkcje  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  spełniające dla dowolnych liczb rzeczywistych  $x$  i  $y$  równanie

$$f(x - f(y)) = 1 - x - y.$$

**4.** Liczbę 1 rozłóż na sumę odwrotności siedmiu różnych liczb naturalnych.